

EQUATIONS MECAFLUX

principales équations et formules utilisées dans *mecaflux*

Débit massique ($\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$) = débit volumique x masse volumique [1]

Débit volumique ($\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$) = section (m^2) x vitesse moyenne ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$) [2]

Pour les conversions des Nm^3 en m^3 ou $\text{Nm}^3\cdot\text{h}^{-1}$ en $\text{m}^3\cdot\text{h}^{-1}$: $P_1V_1/T_1 = P_2V_2/T_2$ [3]

P_1 et T_1 étant les pressions et températures normales, V_1 est le volume normal (détendu),

P_2 et T_2 étant les pressions et températures du gaz, V_2 est le volume du gaz comprimé avec :

P = Pression absolue (pression manométrique + pression atmosphérique), V = volume et T = température en Kelvin.

Vitesse moyenne ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)

Dans un conduit les frottements le long des parois ralentit le fluide alors qu'en son centre le fluide est à sa **vitesse maximale**¹ (Figure 1).

Nous trouvons donc en réalité des vitesses différentes pour la même section de conduit. Pour simplifier les calculs nous utilisons la vitesse moyenne.



Figure 1 : la vitesse varie du bord au centre à gauche, vitesse moyenne pour le même débit à droite

La vitesse moyenne est basée sur le rapport :

débit volumique ($\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$) / surface section (m^2) = vitesse moyenne ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$) [4]

Cette vitesse moyenne, dans le cas d'un débit constant nous amène à l'équation de continuité.

¹ La vitesse maximale est en générale évaluée comme le double de la vitesse moyenne.

Nombre de Reynolds
$$Re = \frac{V \cdot L}{\nu} \text{ ou } = \frac{\rho \cdot V \cdot L}{\mu} \quad [5]$$

Le nombre de Reynolds est un nombre sans dimension liant la vitesse (V en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$), une longueur de référence (L en m), la viscosité cinématique (ν en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) ou dynamique (μ en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ou $\text{Pa} \cdot \text{s}$) avec la masse volumique (ρ en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$).

La longueur de référence peut être :

- le diamètre de la conduite (pour les conduits) ;
- pour l'étude de la trainée des corps géométriques non profilés, cette surface de référence est la largeur de la surface frontale (perpendiculaire à l'écoulement) ;
- pour l'étude de la portance et de la trainée des corps profilés, cette surface de référence est la surface projetée maximale, cette longueur est donc prise parallèlement à l'écoulement ;
- pour l'étude de la trainée de friction des plaques planes, cette surface de référence est la longueur de la surface mouillée, cette longueur est donc prise parallèlement à l'écoulement.

Le nombre de Reynolds permet de déterminer le régime de l'écoulement : laminaire, transitoire ou turbulent et donc les équations à utiliser.

L'équation de continuité (Figure 2)

En prenant la vitesse moyenne : $S_A \cdot V_A = S_B \cdot V_B = \text{débit volumique constant}$ [6]
avec S_i la section en i , V_i la vitesse en i .

Nous en déduisons la vitesse au point B : $V_B = \frac{S_A \cdot V_A}{S_B}$ [7]

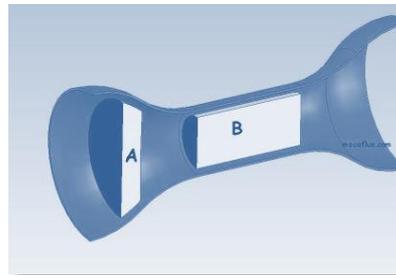


Figure 2 : débit volumique constant

Théorème de Bernoulli

La somme des pressions et des énergies mécaniques par unité de volume est constante tout le long du tube de courant soit : FORMULE DE BERNOULLI

Pression Cinétique + Pression de pesanteur + Énergie de pression = constante

$$\rho \frac{V^2}{2} + \rho g z + p = \text{constante} \quad [8]$$

ρ est la masse volumique en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$, V est la vitesse du fluide en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et z est la cote verticale du conduit en mètre.

La traînée est la force de résistance qu'exerce un fluide sur un objet lorsque le fluide ou l'objet sont en mouvement l'un par rapport à l'autre. Cette force est parallèle et opposée à la trajectoire du fluide.

La force de **traînée** peut être calculée à partir de :

- un coefficient appelé **C_x**, (le C_x est le coefficient de traînée, il est déterminé expérimentalement en soufflerie) ;
- de la vitesse du fluide ;
- de sa masse volumique ;
- de la surface de référence qui peut être différente suivant l'objet étudié :
 - ⇒ la surface frontale (projection perpendiculaire à l'écoulement) si l'objet est non profilé ;
 - ⇒ la surface maximale projetée au sol si l'objet est profilé.

$$\text{Traînée} = C_x \cdot \rho \cdot S \cdot \frac{V^2}{2} \quad [9]$$

ρ est la masse volumique du fluide $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$, S la surface de référence en m^2 , V la vitesse relative² du fluide en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

La traînée de friction et la couche limite

La transition de laminaire à turbulent est usuellement exprimée par un nombre de Reynolds local critique (équation [5]).

Dans le cas de l'écoulement de couche limite sur une plaque plane, il peut varier entre les limites suivantes : $500.000 < Re_{CR} < 3.000.000$.

On peut déterminer la distance critique x_{CR} à l'aide de l'équation [5]. Si L ou $x < x_{CR}$, l'écoulement est laminaire et pour L ou $x > x_{CR}$ l'écoulement est turbulent.

MECAFLUX calcule l'épaisseur de la couche limite et le coefficient de traînée (C_D) ainsi que la traînée en Newton (F_D) en utilisant les expressions appropriées pour ces deux modes d'écoulement :

$$\delta(x) = \frac{5x}{\sqrt{Re_x}} \text{ et } C_D = \frac{1,328}{\sqrt{Re_L}} \text{ pour } x < x_{cr} \quad [10]$$

$$\delta(x) = \frac{0,16x}{Re_x^{1/7}} \text{ et } C_D = \frac{0,031}{Re_L^{1/7}} \text{ pour } x > x_{cr} \quad [11]$$

$$C_D \approx \frac{0,031}{Re_L^{1/7}} - \frac{1440}{Re_L} \text{ et } F_D = 0,5 \rho V^2 C_D A \quad [12]$$

A = aire en m^2 .

La portance est calculée d'après :

- un coefficient mesuré en soufflerie appelé C_z ou coefficient de portance ;
- la surface projetée au sol (dans le cas de la portance ce n'est plus le maître couple ou la surface frontale qui sert de référence de calcul) ;
- la vitesse ;
- la masse volumique du fluide traversé.

Le C_z ou coefficient de portance, est mesuré en soufflerie et il existe des bases de données disponibles pour de nombreux profils à des vitesses et des incidences différentes.

² le vitesse d'un objet par rapport à un autre, du fluide par rapport au véhicule par exemple.

La portance est en général la force nécessaire pour faire voler l'aile avec sa charge, elle est liée à la traînée qui devra être compensée par une poussée au moins égale pour décoller.

$$\text{Portance [N]} = C_z \cdot \rho \cdot S \cdot \frac{V^2}{2} \quad [13]$$

ρ est la masse volumique du fluide en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$, S la surface maximale projetée au sol en m^2 et V la vitesse relative du fluide en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Les pertes de charge régulières (ou systématiques) représentent les pertes d'énergie dues aux frottements du fluide dans une conduite de section constante. Elles sont exprimées en hauteur de fluide (en mètre) et en Pascal.

$$\Delta H = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} \quad [14]$$

ΔH est la perte de charge en mètre colonne fluide, λ est le coefficient de pertes de charge régulières, V est la vitesse moyenne de l'écoulement, D est le diamètre de l'écoulement L est la longueur de l'écoulement

Les pertes de charge singulières (ou accidentelles) sont exprimées en hauteurs de fluide (en mètre) et en Pascal.

$$\Delta H = \lambda \cdot \frac{V^2}{2g} \quad [15]$$

ΔH est la perte de charge en mètre colonne fluide, λ est le coefficient de pertes de charge singulières, V est la vitesse moyenne de l'écoulement.

La formule de Colebrook-White est utilisable pour évaluer le coefficient de pertes de charge, pour toutes les valeurs du nombre de Reynolds.

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left[\frac{\epsilon}{3,7D} + \frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} \right] \quad [16]$$

λ est le coefficient de pertes de charge régulières, Re est le nombre de Reynolds, ϵ = rugosité (dimension moyenne des aspérités de la paroi) et D est le diamètre de l'écoulement.

MECAFLUX utilise cette équation pour les $\text{Re} > 10^5$

Blasius
$$\lambda = 0,316 \cdot \text{Re}^{-0,25} \quad [17]$$

Cette formule est utilisée pour évaluer le coefficient de pertes de charge en écoulement turbulent modéré ($2000 < \text{Re} < 10^5$), λ est le coefficient de pertes de charge régulières, Re est le nombre de Reynolds.

Poiseuille
$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}} \quad [18]$$

Cette formule est utilisée pour évaluer le coefficient de pertes de charge en écoulement laminaire ($\text{Re} < 2000$), λ est le coefficient de pertes de charge régulières, Re est le nombre de Reynolds.